

ロボット・メカトロニクス学科
数学課題

1. 次の式を因数分解せよ。

(1) $3a^2 + 10a + 3$

(2) $8x^2 - 51x + 18$

(3) $4x^2 + y^2 - z^2 - 4xy$

(4) $(ac + bd)^2 - (ad + bc)^2$

2. 次の式を計算せよ。

(1) $2\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$

(2) $\sqrt{48} + \sqrt{32} - \sqrt{27} - \sqrt{50}$

(3) $(2\sqrt{3} - 5\sqrt{2})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$

(4) $(2\sqrt{6} - \sqrt{18})(\sqrt{6} + 3\sqrt{8})$

(5) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2}$

(6) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{4(1+\sqrt{2})}{1-\sqrt{3}}$

3. 次の不等式を解け。

(1) $7(x+3) + 2(4-x) < 0$

(2) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{4} > 1$

(3) $\begin{cases} 5x-8 \geq 7x-2 \\ 2x+6 \leq 3x+9 \end{cases}$

(4) $\frac{x+9}{3} \geq 2-x > \frac{3}{2}x + \frac{11}{3}$

4. 次の方程式、不等式を解け。

(1) $|3x-2|=10$

(2) $|2x+5|>1$

(3) $|5x-3|\leq 12$

(4) $9^x - 4 \times 3^x + 3 < 0$

FR 科数学問題集

5. $U = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ 桁の自然数}\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{2, 3, 5, 8\}$ $B = \{5, 6, 7\}$ $C = \{3, 5, 6, 9\}$ について、次の集合を求めよ。

- (1) $\overline{A \cup B}$
- (2) $\overline{A} \cup \overline{B}$
- (3) $\overline{A} \cap B$
- (4) $A \cap B \cap C$
- (5) $A \cup B \cup C$
- (6) $A \cap B \cap \overline{C}$

6. 次の の中は、「必要条件であるが十分条件ではない」、「十分条件であるが、必要条件ではない」、「必要十分条件である」のうち、それぞれどれが適するか。(x,y は実数とする。)

- (1) $\triangle ABC$ が二等辺三角形であることは、 $\triangle ABC$ が正三角形であるための 。
- (2) 四角形 ABCD が平行四辺形であることは、 $AB \parallel DC$ であるための 。
- (3) $x = y$ は、 $x^2 + y^2 = 2xy$ であるための 。

7. 整数 a, b, c が $a^2 + b^2 = c^2$ を満たすとき、 a, b, c のうち少なくとも 1 つは偶数であることを証明せよ。

8. a, b は自然数とする。次の命題の真偽を調べ、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

- (1) $a + 2b$ は偶数 $\rightarrow ab$ は偶数
- (2) $a^2 + b^2$ は偶数 $\rightarrow ab$ は偶数

9. 2 次方程式 $x^2 + 4x + 1 = 0$ の実数解の個数を求めよ。

10. 2 次方程式 $3x^2 + x + m = 0$ が実数解をもたないときの定数 m の範囲を求めよ。

11. 2 次方程式 $x^2 + 4x + m = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつときの定数 m の範囲を求めよ。

12. 次の関数のグラフをかけ。また、その値域を求めよ。

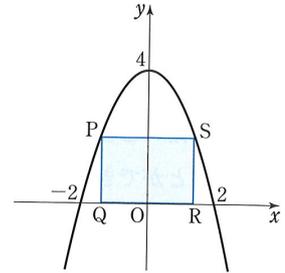
- (1) $y = -x^2 + x \quad (-1 < x < 3)$
- (2) $y = -2x^2 + 3x - 1 \quad (-1 \leq x \leq 2)$
- (3) $y = (x+1)(x-3) \quad (0 < x \leq 4)$

FR 科数学問題集

13. 2つの放物線 $y = 2x^2 - 3$, $y = x^2 + 2x + 4$ の共通接線の方程式を求めよ。

14. $f(\theta) = 3\sin^2\theta + 4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta$ の最大値、最小値とそのときの θ を求めよ。 ($\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$)

15. 放物線 $y = 4 - x^2$ と x 軸で囲まれた部分に、長方形 PQRS を図のように、Q, R が x 軸上にあるように内接させる。この長方形の周の長さが最大となるときの PS の長さを求めよ。



16. 2つの放物線 $y = x^2 + x + 2$, $y = x^2 - 7x + 10$ の両方に接する直線とこの2つの放物線で囲まれる部分の面積を求めよ。

17. 次の2次関数のグラフと x 軸は共有点をもつか。共有点をもつ場合は、その座標を求めよ。

(1) $y = 2x^2 + 6x + 1$

(2) $y = -2x^2 - 5x - 4$

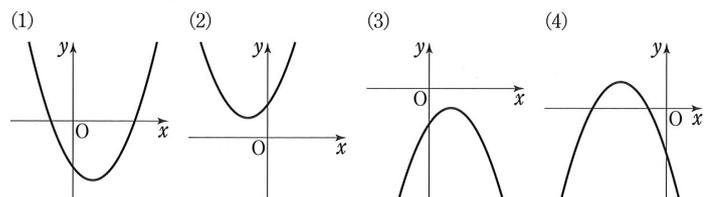
(3) $y = -4x^2 + 12x - 9$

18. 楕円 $4x^2 + y^2 = 4$ と直線 $y = kx + 3$ との共有点の個数を、 k の値によって分類して調べよ。

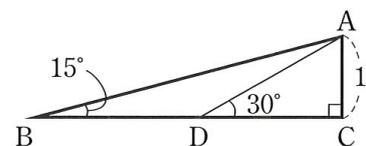
19. m は定数とする。次の2次方程式の実数解の個数を調べよ。

$$-2x^2 + 4mx + m - 3 = 0$$

20. 下の図は、いずれも2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフである。それぞれの場合について、 a, b, c および $b^2 - 4ac$ の符号を答えよ。



21. 図の直角三角形を利用して、 $\tan 15^\circ$ の値を求めよ。



FR 科数学問題集

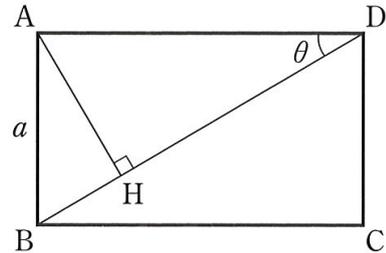
22. $\triangle ABC$ の3つの内角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の大きさを、それぞれ A, B, C とするとき、次の等式が成り立つことを証明せよ。

- (1) $\sin A = \sin(B + C)$
 (2) $\cos A = -\cos(B + C)$

23. 長方形 $ABCD$ において、 $AB = a$ 、 $\angle ADB = \theta$ とする。

A から対角線 BD に下ろした垂線を AH とするとき、次の線分の長さを、 θ の三角比と a を用いて表せ。

- (1) AD (2) BD (3) AH



24. 1 から 7 までの 7 枚の番号札から、1 枚ずつ 2 枚の札を引く時、2 枚の札の数の和が偶数となる確率を求めよ。ただし、取り出した札は元に戻すものとする。

25. あるメーカーが製造する製品で、A 工場の製品は 2%、B 工場の製品は 6% の確率で不合格品が発生するという。ここで A 工場から 50 個、B 工場から 100 個の製品を集めた箱の中から無作為に 1 個を取り出すとする。それが合格品であるとき、それが A 工場の製品であるという条件付き確率を求めよ。

26. A, B, C, D, E, F の 6 人が 1 列に並びとき、D, E, F の 3 人が隣り合わないような並び方は全部で 何通りあるか

27. 次のデータは、5 人の生徒の垂直飛びの記録である。

62、64、58、63、67 (単位は cm)

- (1) 中央値と平均値を求めよ。
 (2) 上記の 5 個の数値のうち 1 個が誤りであることがわかった。正しい数値に基づく中央値と平均値は、それぞれ 64.0cm と 63.0cm であるという。誤っている数値を選び、正しい数値を求めよ。

28. 右の①、②、③は、2つの変数 x, y についてのデータである。

- (1) データ①について、変数 x の分散を求めよ。
 (2) データ①、②、③の x と y の相関係数は、0.91、 -0.87 、0.06 のいずれかである。各データの相関係数を答えよ。
 (3) データ②の左から 4 番目の y の値が 12 に変わると、データ②の x と y の相関係数の絶対値は大きくなるか、それとも小さくなるか。

①	x	25	29	23	22	35	28
	y	18	13	17	20	13	16
②	x	22	27	29	19	33	28
	y	13	15	18	14	20	17
③	x	22	25	28	23	33	35
	y	13	18	13	17	20	13

FR 科数学問題集

29. 次の計算をして、結果を $a+bi$ の形で表せ。

(1) $\sqrt{-98}-\sqrt{-72}+\sqrt{-50}$

(2) $(5-2i)^2$

(3) $\frac{2+i}{2-i}+\frac{2-i}{2+i}$

(4) $\frac{(2-i)^2}{2+3i}$

30. 2次方程式 $2x^2-2ax+a^2-3a-8=0$ が虚数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

31. 次の整式が $x-3$ を因数にもつかどうか、また $x+3$ を因数にもつかどうかを調べよ。

(1) x^3-2x^2-5x+6

(2) $2x^3+x^2-18x-9$

32. 次の因数分解をせよ

(1) $x^3-6x^2+11x-6$

(2) x^3+3x^2-4

(3) $3x^3+4x^2-17x-6$

33. $a>1, b>1$ のとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$ab+1>a+b$$

34. α, β を複素数とするととき、次のことを示せ。

(1) $\overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$

(2) $\overline{\alpha\beta}=\overline{\alpha}\overline{\beta}$

35. 3点 $A(2, 3), B(5, -4), C(-1, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標 (x, y) を求めよ

36. 2点 $A(3, 4), B(-2, 7)$ を通る直線 l をとるととき、次の直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(1, 1)$ を通り、直線 l に平行な直線

(2) 点 $(1, 1)$ を通り、直線 l に垂直な直線

37. 3点 $A(-2, 6), B(7, 3), C(a, a+4)$ があるとき、次の間に答えよ。

(1) 2点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 3点 A, B, C が一直線上にあるように、定数 a の値を求めよ。

FR 科数学問題集

38. 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $5x + 4y - 12 \geq 0$

(2) $x^2 + y^2 - 6x + 4y < 3$

(3) $(x^2 + y^2 - 1)(2x - y - 1) < 0$

39. θ が次の角のとき、放物線 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めよ。

(1) $\frac{5}{4}\pi$ (2) $\frac{11}{6}\pi$ (3) 3π

40. 角 θ が第1象限から第4象限にあるとき、各象限での $\sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \tan \theta$ の正負を答えよ。

41. $\cos \frac{\pi}{8} = a$ とおくと、次の値を a を用いて表せ。

(1) $\sin \frac{5}{8}\pi$ (2) $\cos \frac{9}{8}\pi$ (3) $\sin \frac{13}{8}\pi$

42. $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ のとき、 $\sin \theta \cos \theta$ 、 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

43. 次の関数のグラフをかけ。また、その周期を求めよ。

(1) $y = \sin\left(2\theta - \frac{2}{3}\pi\right)$

(2) $y = \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

44. 次の値を求めよ

(1) $\sin 75^\circ$

(2) $\sin 15^\circ$

45. $\sin \theta + \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin\left(\theta + \frac{4}{3}\pi\right)$ を簡単にせよ。

FR 科数学問題集

参考

積を和・差になおす公式

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

和・差を積になおす公式

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

46. $(\sqrt{2})^6$, $(\sqrt[3]{3})^6$ の値を計算することにより、2つの数 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$ の大きさを比較せよ。

47. 次の各組の数の小さい方から順に並べよ。

(1) $\sqrt[4]{27}$, $9^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[6]{3^5}$

(2) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{4}$, $\sqrt[8]{8}$, $\sqrt[9]{16}$

48. 次の値を求めよ。

(1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$

(2) $\log_{10} \sqrt[3]{0.01}$

(3) $\log_{\sqrt{6}} \frac{1}{36}$

49. $\log_{10} 2 = 0.3010$ を用いて、 5^{20} の桁数を求めよ。

FR 科数学問題集

50. $\log_{10} 2 = p$, $\log_{10} 3 = q$ とするとき、次の式の値を p, q で表せ。

(1) $\log_{10} \sqrt[3]{18}$

(2) $\log_{24} 5$

(3) $\log_{\sqrt{5}} 12$

51. 70%の花粉を除去できるフィルターがある。99.99%より多くの花粉を一度に除去するには、このフィルターは最低何枚必要か。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

52. 光があるガラス板を通過するごとに、その強さが $4/5$ になるという。光の強さがはじめの $1/4$ 以下になるのは、何枚以上重ねたガラス板を通過したときか。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする

53. 関数 $f(x) = x^3 - 12x - 1$ の極値を求めよ。

54. 1辺の長さが 18cm の正方形の厚紙がある。いま、この4隅から1辺の長さが x cm の同じ大きさの正方形を切り取り、その残りを折り曲げてふたのない箱を作る。この箱の容量を最大にするには、切り取る正方形の1辺の長さをいくらにすればよいか。

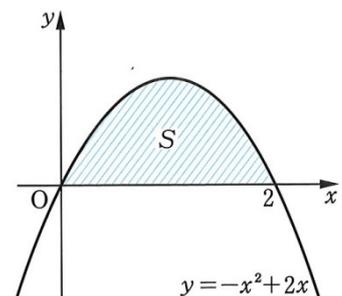
55. 関数 $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 10$ の増減や極値を調べ、そのグラフを作成せよ。

56. 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int (x+1)(2x-1)dx$

(2) $\int t(3t+1)dt$

57. 放物線 $y = -x^2 + 2x$ と x 軸に囲まれた図形の面積 S を求めよ。



58. 生徒 40 人の通学方法を調べたところ、電車を利用する生徒は 18 人、自転車を利用する生徒は 16 人、両方を利用する生徒は 7 人いた。電車も自転車も利用しない生徒は何人いるか。

59. 3 個のサイコロを同時に投げるとき、3 つの目の和が 6 になる確率を求めよ。

FR 科数学問題集

60. 10人の委員の中から委員長、副委員長、書記を1人ずつ選ぶ方法は、何通りあるか。
ただし兼任は認めないものとする。

61. 次の値を求めよ。

(1) ${}_9C_8$

(2) ${}_7C_5$

(3) ${}_{16}C_{13}$

62. 1個のさいころを投げる試行において、「奇数の目が出る」という事象をA、「5以上の目が出る」という事象をBとする。このとき、積事象 $A \cap B$ の確率、和事象 $A \cup B$ の確率をそれぞれ求めよ。

63. 袋Aには、白玉3個、赤玉2個、袋Bには白玉3個、赤玉3個が入っている。まず、袋Aから1個の玉を取り出して袋Bに入れ、よくかき混ぜて、袋Bから1個の玉を取り出すとき、袋Bから取り出した玉が白玉である確率を求めよ。

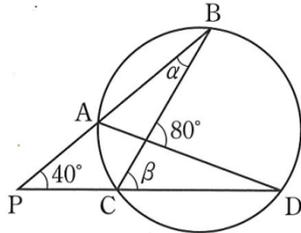
64. 直線上に異なる2点A,Bがあり、点PはAとBの2点を行ったり来たりする。サイコロを投げて1の目が出たとき、PはBに移動し、1以外の目が出たときはその場所にとどまる。初めにAはPにいてとして、サイコロをn回投げたとき、PがAにいる確率を P_n で表す。 P_n をnで表せ。

65. 袋Aには赤玉5個、青玉7個、緑玉8個、袋Bには赤玉4個、青玉7個、緑玉5個、袋Cには赤玉8個、青玉7個、緑玉3個が入っている。3つの袋から1つ選び、その袋から球を取り出したところ緑玉だった。それが袋Cから取り出された球である確率を求めよ。

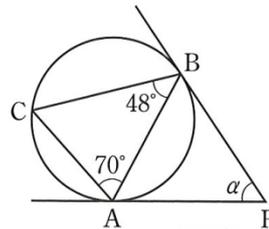
66. A,Bがゲームを行う、ゲームは独立に繰り返し行われ、1回ごとのゲームでA,Bの勝つ確率はそれぞれ $2/5$ と $3/5$ であるとする。先に3回勝った方が優勝であるとき、Aの優勝する確率を求めよ。

67. 下の図において、角 α, β を求めよ。ただし、(2)で直線PA, PBは $\triangle ABC$ の外接円である。

(1)



(2)



68. ド・モアブルの定理 $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$ を証明せよ。

FR 科数学問題集

69. 空間内の異なる3つの直線 l, m, n と平面 α について、次の記述は常に正しいか。

- (1) $l // m$ で、 m と n が交わるなら、 l と n は交わる。
- (2) $l \perp \alpha$ 、 $l // m$ ならば、 $m \perp \alpha$ である。
- (3) l, m が α に含まれ、 $l \perp n$ 、 $m \perp n$ ならば、 $n \perp \alpha$ である。

70. 次の数を、10 進法で表せ。

- (1) $110110_{(2)}$ (2) $21202_{(3)}$ (3) $275_{(8)}$

71. 次の数を[]内の表し方で表せ。

- (1) 143 [2 進法]
- (2) 2013 [5 進法]
- (3) $100111_{(2)}$ [3 進法]
- (4) $1222_{(3)}$ [2 進法]

参考 倍数の見分け方

- 2の倍数・・・「1の位の数」が2の倍数
- 3の倍数・・・「各位の数の和」が3の倍数
- 4の倍数・・・「下2桁の数」が4の倍数
- 5の倍数・・・「1の位の数」が5の倍数
- 6の倍数・・・「2の倍数」かつ「3の倍数」
- 8の倍数・・・「下3桁の数」が8の倍数
- 9の倍数・・・「各位の数の和」が9の倍数

72. 4桁の自然数 $34\boxed{}6$ が3の倍数であるとき、 $\boxed{}$ に入る数をすべて求めよ。

73. 倍数の見分け方を実際の数字にあてはめて確認せよ。

74. $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。このとき、 $\triangle OAB$ の面積 S を、ベクトル \vec{a} 、 \vec{b} で表せ

75. 次の3点を頂点とする三角形の面積を求めよ。

- (1) $O(0, 0)$ 、 $A(3, -1)$ 、 $B(4, 2)$
- (2) $P(1, 0)$ 、 $Q(-2, -1)$ 、 $R(-1, 3)$

76. ベクトル \vec{a} 、 \vec{b} について、 $|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 9$ とする。

- (1) \vec{a} 、 \vec{b} のなす角を θ とし、 $\cos \theta$ の値を求めよ
- (2) $\vec{a} + t\vec{b}$ と $\vec{a} - \vec{b}$ が垂直になるように、実数 t の値を定めよ。

FR 科数学問題集

77. 点 $A(1, -2, 3)$ を通り、ベクトル $\vec{n} = (-1, 4, 2)$ に垂直な平面の方程式を求めよ。また、この平面と x 軸、 y 軸、 z 軸との交点の座標を、それぞれ求めよ。

78. 点 $(2, 3, -1)$ を通り、ベクトル $\vec{d} = (3, -4, 5)$ に平行な直線の方程式を求めよ

79. 次のような球面の方程式を求めよ。

(1) 点 $A(1, -2, 3)$ を中心とし、点 $B(3, 1, 0)$ を通る球面

(2) 点 $(2, 1, 1)$ を通り、3つの座標平面に接する球面

80. 四面体 $OABC$ において、辺 AB を $1:2$ に内分する点を D 、線分 CD を $3:5$ に内分する点を E 、線分 OE を $1:3$ に内分する点を F とし、直線 AF と平面 OBC の交点を G とする。このとき、 $AG:FG$ を求めよ。

81. 第3項が17、初項から第6項までの和が120である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、 $100 < a_n < 200$ を満たす項の和を求めよ。

82. 第2項が-6、第5項が162である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし、公比は実数とする。

83. 項数 n の数列 $1 \cdot n, 2 \cdot (n-1), 3 \cdot (n-2), \dots, n \cdot 1$ がある。

(1) この数列の第 k 項を k の式で表せ。

(2) この数列の和を求めよ。

84. 初項から第 n 項までの和 S_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $S_n = n \cdot 2^n$

(2) $S_n = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

(3) $S_n = n^3 + 2n + 6$

85. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n - 3 (n=1, 2, 3, \dots)$

(2) $a_1 = 1, a_{n+1} = 1 - a_n (n=1, 2, 3, \dots)$

(3) $a_1 = 1, 2a_{n+1} - a_n + 2 = 0 (n=1, 2, 3, \dots)$

86. n は4以上の自然数とする。数学的帰納法によって、次の不等式を証明せよ。

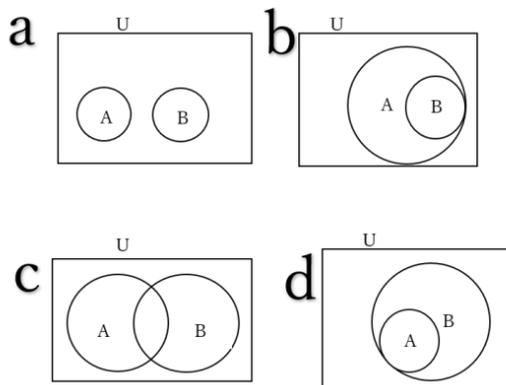
$$2^n > n^2 - n - 2$$

FR 科数学問題集

87. ド・モアブルの定理を説明せよ

88. 自然数全体の集合を全体集合 U とし, U の部分集合 A, B について考える。

A, B について $A \cap B$ は空集合ではない。かつ $A \cap B \neq A$, かつ $A \cap B \neq B$ が成立している。さらに、 $A \cup B \neq U$ とする。この時の正しい A と B の関係を選べ。



89. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ に対して次の式を複素平面上に図示せよ。

- 1) z
- 2) z^3
- 3) iz

90. 次の複素数を極形式で表せ

- 1) $Z = 1 + \sqrt{3}i$
- 2) $Z = 1 + i$
- 3) $Z = -1$
- 4) $Z = i$

91. 次の関数のグラフを示せ。(振幅と周期がわかるように記載すること。)

- 1) $y = \cos x$
- 2) $y = 3 \cos 2x$
- 3) $y = \tan x$
- 4) $y = \sin^{-1} x$
- 5) $y = \cos^{-1} x$

92. 次の値を求めよ

- 1) $\cos \frac{7}{12} \pi$
- 2) $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

FR 科数学問題集

3) $\cos(\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}})$

4) $\tan \frac{7}{12} \pi$

5) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

6) $\cos(\cos^{-1} \frac{3}{\sqrt{7}})$

93. A(1, 4)B(5, 7)C(2, 3)とする。

- 1) 三角形 ABC はどのような三角形か。3 辺の長さを計算して述べよ。
- 2) $\angle ABC$ を θ とし、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

94. A(2, 1)B(7, 2)C(4, 5)とする。以下の問いに答えよ。

- 1) $\angle BAC$ を θ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ
- 2) 三角形 ABC の面積をベクトルを使って求めよ

95. 2点 $A(\vec{a})$ と $B(\vec{b})$ を結ぶ線分を 2 : 1 に内分する点 p と外分する点 q を、それぞれ図示し、 \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

96. $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=3 \quad |\vec{a}-\vec{b}|=5$ のとき、次の値を求めよ。

- 1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- 2) $|\vec{a}+3\vec{b}|$

97. 以下の方程式を解き、解を複素平面上に示せ

- 1) $(x-1)^2=1$
- 2) $x^2-4x+2=0$

98. 次の方程式を解け

- 1) $(6x^3+7x^2+3x-4)=0$
- 2) $(x^4+2x^3-8x^2-8x+16)=0$
- 3) $(2x^3+19x^2+54x+45)=0$
- 4) $(24x^4+88x^3+110x^2+56x+10)=0$

FR 科数学問題集

99. 以下の連立不等式が表す領域を図示せよ

1) $(2x + y)(x - y) > 0$

2)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 16 \\ (x - 3)^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$$

3) $(2x + y)(x - y)(x + 2y + 2) > 0$

4)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x < 16 \\ (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \geq 9 \end{cases}$$

100. 円 $x^2 + y^2 = 2$ と $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ の交点の座標を求めよ

101. 次の関数のグラフを示せ(ただし, 切片などを明確に示すこと)

1) $y = x^2 + 4x + 3$

2) $\log_2 x$ (具体的に数点, 通る点を記載せよ)

3) $\log_{\frac{1}{2}} x$ (具体的に数点, 通る点を記載せよ)

4) a^x (a は 0 以上とする。場合分けし, 具体的に数点, 通る点を記載せよ)

102. 次の関数のグラフを示せ

1) $y = x^2 + 2x + 3$

2) $y = -2x^2 + 2x + 1$

103. $f(x) = \sqrt{x+1}$ について

1) $f(x)$ と $y = x - 1$ の交点の座標を求めよ

2) 不等式 $\sqrt{x+1} > x - 1$ を解け

3) 連立不等式
$$\begin{cases} y \leq \sqrt{x+1} \\ y \geq x - 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 の表す領域を図示せよ

104. 次の方程式・不等式を解け

1) $5^{(x+1)} > 25^3$

2) $0.5^{(x+1)} > 0.25^3$

FR 科数学問題集

3) $4^x - 2^x - 12 > 0$

4) $\log_6(x-2) + \log_6(x-3) = \log_6 2$

105. 点A (3,5,2) の次の図形に対して対称な点の座標を求めよ

1) xz 平面

2) x 軸

3) 原点O

4) $z=2$

5) $2x=3y$ $z=0$

6) 点(1, 2, 3)

106. 点A (0, 4, 5) と点B (1, 1, 8) の距離を求めよ

107. 点A (3, 4, 2) と点B (6, 1, -1) の距離を求めよ

108. $\vec{a}(1,0,1)$ と $\vec{b}(6,-1,-6)$ のなす角を θ とすると、 $\cos \theta$ の値を求めよ

109. 点A(-5, 5, -1)と点B (-5, 2, 12) を通る直線に点P(x, y, z)を置く時 x, y, z の満たす関係式を求めよ。

110. $\begin{cases} Z + \bar{Z} = 4 \\ Z\bar{Z} = 5 \end{cases}$ を満たす複素数 Z を求めよ。

111. 次の複素数を絶対値と偏角で表せ ($re^{j\theta}$ の形式)

1) $-2 + 2i$

2) $\sqrt{6} - \sqrt{2}i$

3) $-8 + 8i$

4) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{14}}{3}i$

FR 科数学問題集

1 1 2. 次の複素数を絶対値と偏角に直して各問題を計算し、複素平面上に記せ。(絶対値と偏角の形で計算していない場合は×)

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad x_2 = \frac{1}{2}i$$

1) $x_1 x_2$

2) x_2 / x_1

1 1 3. 次の関数の逆関数を求めよ。

1) $y = x^2$

2) $y = 2^x$

1 1 4. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として、次の値を求めよ。

1) $\log_{10} 6000$

2) $\log_{10} 5$

1 1 5. 次の関数の大小関係を示せ。

$$\sqrt{3}, \sqrt[3]{4}, 2, \log_{10} 3, \log_{10} 4$$

1 1 6. 次の値を求めよ。

1) $\sin \frac{5\pi}{12} \sin \frac{\pi}{12}$

2) $\cos 105^\circ \sin 15^\circ$

1 1 7. $Z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ に対して次の式を複素平面上に図示せよ。(図はまとめてもかまわない)

1) Z

2) Z^4

3) iZ

1 1 8. 次の値を求めよ。ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

1) 2^0 2) $27^{\frac{2}{3}}$ 3) $\log_{10} 0.001$ 4) $\log_{10} 40$

FR 科数学問題集

119. 次の方程式を解け

1) $81^x = 9$

2) $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$

120. 初項31、公差2の等差数列の第100項の値を求めよ。また、初項から第100項までの和を求めよ。

121. 初項12 公比0.5の等差数列の第n項をnを用いて表せ。また、初項からn項までの和をnを用いて表せ。

122. 次の漸化式で定められた数列の一般項を求めよ

1) $a_1 = 5 \quad a_{n+1} = a_n + n^2 + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

2) $a_1 = 2 \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

123. 以下の関数の極限を求めよ

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^{10}}$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + 4 \right)$

4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 2n)$

5) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3n + 4}{n^2 + 5} \right)$

7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{3}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - 2}{x}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^2}$

FR 科数学問題集

124. 次の極限を求めよ。

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 5}{7n^2 + n + 1}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{\sqrt{n^2+2n} + \sqrt{2n}}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} + 3^n}{4^n + 2^{n+1}}$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2+1} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - x - 2}$$

125. 次の関数を微分せよ。

$$1) y = \frac{x^4 - 2x^3 + 4x - 1}{x^3}$$

$$2) y = \sqrt{3-x}$$

$$3) y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$4) y = e^{3x+5} \sin(2x-1)$$

$$5) y = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$6) y = \frac{x^2 + 1}{2x - 1}$$

$$7) y = (2x+4)^3$$

$$8) y = \frac{1}{(2x-1)^3}$$

$$9) y = \sqrt{2-5x}$$

$$10) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}$$

$$11) y = \sin(x^2 + x + 1)$$

$$12) y = \sin^3 x \cos^2 x$$

$$13) y = \frac{\log x}{x^2}$$

$$14) y = e^x$$

$$15) y = 4^{-3x+2}$$

FR 科数学問題集

126. 次の積分を計算せよ。

1) $\int (\sin 5x + 2 \cos x) dx$

2) $\int e^{3x+2} dx$

3) $\int \frac{x^2 - 3}{x} dx$

4) $\int \frac{x}{x^2 + 5} dx$

5) $\int_0^{\pi} \sin x dx$

6) $\int \frac{\log x}{2x} dx$

7) $\int x \log x dx$

8) $\int x^2 \cos x dx$

9) $\int \sin 5x dx$

127. 次の積分を計算せよ。

1) $\int x^4 dx$

2) $\int \frac{1}{x^4} dx$

3) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

4) $\int x^2(x^2 - 3x + 1) dx$

5) $\int \frac{x^2 + 2\sqrt{x} - 1}{x} dx$

6) $\int (1 - 3x)^2 dx$

7) $\int \sqrt{3x - 1} dx$

8) $\int \frac{1}{\sqrt{3x - 1}} dx$

FR 科数学問題集

9) $\int \frac{1}{1-3x} dx$

10) $\int \sin 5x dx$

128. 次の定積分を求めよ。

1) $\int_0^1 \sqrt{x} dx$

2) $\int_1^2 \frac{2x^3 - 1}{x^2} dx$

3) $\int_1^2 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$

5) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$

6) $\int_0^1 e^{3x} dx$

7) $\int_{-1}^1 (e^x - x) dx$

8) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

9) $\int_{-1}^2 (x^2 + x - 3) dx$

10) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x dx$

129. 次の関数を微分せよ。

1) $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{2x - 1}$

2) $y = \frac{\log x}{3x^2}$

3) $y = (3x + 2)^4$

130. 次の関数を微分せよ。

1) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

2) $y = \log(\log x)$

FR 科数学問題集

$$3) y = \frac{1-x^n}{1+x^n}$$

$$4) y = (x + \sqrt{x^2 + 2})^7$$

$$5) y = (\log x)^{\frac{1}{x}}$$

1 3 1. 次の関数の n 次導関数を求めよ。

$$1) y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$2) y = (e^{2x} - e^{-x})^3$$

$$3) y = \log_a x$$

$$4) y = x^\alpha$$

$$5) y = \log(1+x)$$

$$6) y = \sin(5x) \text{ (sin を使って表すこと)}$$

$$7) y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$8) y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

1 3 2. 次の関数の収束・発散を判定せよ。

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

1 3 3. 次の関数のマクローリン級数展開を求めよ。ただし答えは 2 次まで求めることとする。

$$1) e^x$$

$$2) \cos x$$

$$3) \sin^2 x$$

$$4) x \cos x$$

$$5) x^2 e^x$$

$$6) \cos^2 x$$

$$7) \frac{x}{1+x^2}$$

$$8) \cosh x$$

$$9) \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

FR 科数学問題集

134. 次の極限を求めよ。ただし $|a| < |b|$, $c \neq 0$ とする

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} (a^n + b^n)^{\frac{1}{n}}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{c^n + c^{-n}}$$

135. 次の関数の不定積分を求めよ。ただし、4)～7) は置換積分、8)～10) は部分積分を用いて解け。

$$1) y = \sqrt{2x+5}$$

$$2) y = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}$$

$$3) y = \frac{1}{x \log x}$$

$$4) y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$5) y = \frac{3}{\sqrt{9x^2 - 12x + 1}}$$

$$6) y = \frac{4}{x\sqrt{x^4 + 1}}$$

$$7) y = \frac{2}{(e^x + e^{-x})^2}$$

$$8) y = x^3 (\log|x|)^2$$

$$9) y = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$10) y = x^2 \tan^{-1} x$$

136. 次の関数を積分せよ。

$$1) \int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$2) \int \sin 5x \cos^2 2x dx$$

137. 次の関数を微分せよ。

$$1) y = \cos x$$

$$2) y = \cos 3x$$

$$3) y = \sin^4 x$$

$$4) y = \sin^3 x \cos^2 x$$

$$5) y = \cos^3(2x^4)$$

FR 科数学問題集

6) $y = \log x$

7) $y = \log |\cos x|$

8) $y = \log |\sin(e^x)|$

138. 次の関数を微分せよ。

1) $y = (x+2)^3(x^3-4)^5$

2) $y = \log(\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b})$

3) $y = \log(\sin(e^x))$

4) $y = x^{x^a}$

5) $y = \sin^{-1}(e^x)$

139. 毎秒 80cm^3 の割合で体積が増加している球形の風船がある。この風船の半径が 10cm になった瞬間における半径の変化率を求めよ。

140. 曲線 $x = \cos^3 \theta$, $y = \sin^3 \theta$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

141. 関数 $f(x) = \begin{cases} x \tan^{-1} \frac{1}{x} & (x \neq 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (x = 0 \text{ のとき}) \end{cases}$ について、 $f'_{+0} \neq f'_{-0}$ を示すことにより、 $f(x)$ が $x=0$ で微分不

可能であることを示せ。

142. 以下の問いに答えよ

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \log |x| & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

1) $f(x)$ の 0 における微分係数を求めよ

2) $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ を求めよ

3) $f'(x)$ は 0 で連続か答えよ(理由も)

4) $f'(x)$ は 0 で微分可能か答えよ(理由も)

143. 次の不定積分を求めよ。

1) $\int (5x-1)^{10} dx$

2) $\int \frac{2}{\sqrt{3-7x}} dx$

3) $\int \sin \frac{x}{2} dx$

FR 科数学問題集

4) $\int e^{3x} dx$

5) $\int 6x(3x^2 - 1)^{10} dx$

6) $\int \sin^7 x \cos x dx$

7) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx$

8) $\int \frac{\log x}{x} dx$

9) $\int 3x \cos 3x dx$

10) $\int x^2 \log x dx$

144. 次のラプラス変換表を埋めよ

時間関数	$F(s)$
$af(t)+bg(t)$	$aF(s)+bG(s)$
$f(at)$	
$e^{at}f(t)$	
$\begin{cases} f(t-a) & t>a \\ 0 & t<a \end{cases}$	$e^{-sa}F(s)$
$f'(t)$	
$f''(t)$	

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t	
t^n	
e^{at}	
$\sin at$	
$\cos at$	
$e^{bt} \sin at$	
$e^{bt} \cos at$	
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$
te^{at}	

FR 科数学問題集

145. 次の関数の偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

1) $f(x, y) = xy(ax^2 + by^2 - 1)$

2) $f(x, y) = \log(x^3y^4)$

3) $f(x, y) = \sin(xy)\cos y$

4) $f(x, y) = (3x^2 + y^2)e^{-(x^2+2y^2)}$

146. 以下の問に答えよ。

1) 次の関数の偏導関数 f_x, f_y を求めよ。

$$f(x, y) = \tan^{-1} \frac{x}{y}$$

2) 極限值 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ を求めよ。

3) 関数 $f(x, y) = \log(1 + x - y)$ のマクローリン展開を x, y の 2 次の項まで求めよ。

4) 次の累次積分を求めよ。

$$\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} \frac{1}{y+1} dy dx$$

147. 次の微分方程式を計算せよ。

$$y'' = \frac{1}{1+x^2}$$

148. 以下の関数の長方形の領域 I での重積分を求めよ(領域は, X, Y, Z の順になっている)

1) $I = [0,1] \times [0,2], \iint (x+y) dx dy$

2) $I = [0,1] \times [0,1], \iint x^3 y^2 dx dy$

3) $I = [0,1] \times [0,1], \iint y(x+y)^a dx dy$ (a は正の実数)

4) $I = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}], \iiint \sin(x+y+z) dx dy dz$

FR 科数学問題集

149. 以下の領域での関数の重積分を求めよ

1) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid x \leq y \leq 2 - x^2\}$

$$\iint_D (x + y) dx dy$$

2) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 \leq y \leq x + 2\}$

$$\iint_D (2x + 3y) dx dy$$

3) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$

$$\iint_D (12x^2 y) dx dy$$

4) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid x \leq y \leq 3x - x^2\}$

$$\iint_D (x + xy) dx dy$$

5) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid 3x + x^2 \leq y \leq -x\}$

$$\iint_D (xy - y^2) dx dy$$

6) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\iint_D x^2 dx dy \text{ (ヒント: 変数変換を行うこと)}$$

7) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$

$$\iint_D x^4 dx dy$$

8) $D = \{(x, y) \in R^2 \mid 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq \pi\}$

$$\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$$

FR 科数学問題集

150. 以下の領域での各関数の積分を求めよ

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid$$

$$0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \leq 1\}$$

1) $\iiint_D dx dy dz$

2) $\iiint_D y^2 dx dy dz$

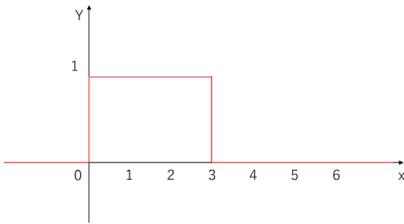
151. 以下の式のラプラス変換を求めよ

参考) $F(s) = \int_{t=0}^{t=\infty} f(t)e^{-st} dt$

1) $f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (0 \leq t) \end{cases}$

2) $f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0, a < t) \\ \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} & (0 \leq t \leq a) \end{cases}$

152. 以下の図1のグラフを式 $f(t)$ で示せ. また, その $f(t)$ をラプラス変換せよ



153. 以下の式を逆ラプラス変換せよ

1) $\frac{1}{(s+1)(s+3)}$

2) $\frac{s^2+s+1}{s(s+1)(s-1)}$

3) $\frac{s+3}{s^2+4s+5}$

4) $\frac{3s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

154. 以下の微分方程式の一般解を求めよ. また, $x = 0$ のときに $y = -1$ を満たす特別解を求めよ.

$$e^{3x} \frac{dy}{dx} = x$$

FR 科数学問題集

155. 以下の微分方程式を解け

- 1) $\ddot{y}(t) - 3\dot{y}(t) = 12y(0)=0, \dot{y}(0) = 0$
- 2) $\dot{y}(t) + 3y(t) = 1(t), y(0) = 0$
- 3) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = 0, y(0) = 0, \dot{y}(0) = 2$
- 4) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = e^{-2t}, y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$
- 5) $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = 0, y(0) = 2, \dot{y}(0) = 0$
- 6) $2\dot{y}(t) + y(t) = 2(t), y(0) = 0$

156. 以下の微分方程式を解け

- 1) $T\dot{x}(t) + x(t) = 0, x(0) = 3$
- 2) $T\dot{x}(t) + x(t) = 2, x(0) = 0$
- 3) $\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + 5x(t) = 0, x(0) = 2, \dot{x}(0) = 2$

157. 以下の微分方程式を解け

- 1) $\dot{x}(t) + 3x(t) = 1, x(0) = 0$
- 2) $\dot{x}(t) + 16x(t) = 1(t), x(0) = 3$
- 3) $\ddot{x}(t) + 5\dot{x}(t) + 6x(t) = 0, x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0$
- 4) $\ddot{x}(t) + 7\dot{x}(t) + 12x(t) = e^{-t}, x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$
- 5) $T\dot{x}(t) + x(t) = u(t), x(0) = x_0$

158. 以下の微分方程式を解け

- 1) $\dot{y}(t) + y(t) = 0, y(0) = 3$
- 2) $\dot{y}(t) + 2y(t) = 1(t), y(0) = 0$
- 3) $\dot{y}(t) - y(t) = \sin(t), y(0) = 0$
- 4) $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) - 3y(t) = 1(t), y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0$
- 5) $\dot{y}(t) = -3y(t) + 1(t-1), y(0) = 0$

159. 以下の微分方程式の一般解を求めよ。ただし、3)は微分方程式の1つの特殊解と一般解を求める。

- 1) $xy' + y = x \log x$
- 2) $y'' - 2y' + 2y = 0$
- 3) $y'' + y' - 2y = 10 \cos x$

160. 微分のラプラス変換から、関数 $f(t)$ の最終値定理 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$, 初期値定理 $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

を示せ。

FR 科数学問題集

161. 次の行列の計算をせよ。

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

162. 3次の零行列・単位行列を記せ。

163. 3次の対角行列・交代行列の例を記せ。(知らない場合は調べること)

164. 次の行列 A に対し \tilde{A} , $|A|$, A^{-1} を求めよ。ただし、 \tilde{A} は A の余因子行列を表す。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

165. 次の行列の計算をせよ。

$$1) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

166. 次の行列で x と y を求めよ。

$$1) \begin{pmatrix} x & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

167. 次のベクトルが 1 次独立であるときは証明し、そうでない時は a_1 をベクトルの 1 次式で示せ

$$1) a_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$2) a_1 = \begin{pmatrix} 17 \\ 9 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$3) a_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ \frac{10}{3} \end{pmatrix}$$

$$4) a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

FR 科数学問題集

5) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $a_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$

168. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ が固有ベクトルを持つか調べ、対角化せよ

169. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2-x & 4 \\ 5 & 3-x \end{pmatrix}$ が、逆行列をもたないように x の値を求めよ。

170. 以下のベクトルに関する問題に答えよ

$v = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

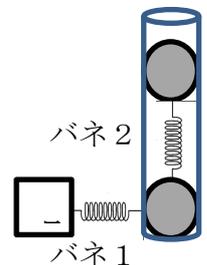
- 1) $a_1 + 2a_2$ を求めよ
- 2) $3a_1 - 2a_2 + a_3$ を求めよ
- 3) v を a_1, a_2, a_3 の合成で表せ
- 4) a_1, a_2, a_3 は一次独立か、一次従属かを調べよ

171. 次の行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ に対し、以下の問に答えよ。

- 1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- 2) A の各固有値 λ に関する固有空間 $W(\lambda, A)$ の基底をそれぞれ一組求めよ。さらに $W(\lambda, A)$ の次元を求めよ。
- 3) A が対角化可能かどうかを答えよ。

172. 以下の図に示されるバネマス系はおもりの位置をベクトルで表すことができる。バネ1が自然長の時、基本ベクトル e_1 、バネ2が自然長の時、基本ベクトル e_2 で表せるとする。また、M1 と M2 は筒に入っており、バネ1、2が斜めになることはないものとする。また、机の上での平面運動であり、重力や摩擦は考慮しない。

$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



- 1) バネ1を2倍に伸ばし、バネ2を3倍に伸ばした時、おもり M2 の位置を基本ベクトルの合成で表せ
- 2) バネ1のバネ定数が k_1 、バネ2のバネ定数が k_2 である時、バネ1を X 、バネ2を Y だけ伸ばした時におもり M2 にかかる力 F を、基本ベクトルを用いて表せ
- 3) 2) の状態から手を離れた直後の M2 にかかる加速度 a を、基本ベクトルを用いて表せ

FR 科数学問題集

173. 以下の式を用いて三角関数の諸公式を導け

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

- 1) $\cos(\alpha + \beta)$
- 2) $\sin(2\theta)$
- 3) $\cos(3\theta)$
- 4) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\theta\right)$

174. 次の z_1 から z_8 を極形式で表せ K_1, K_2, T, ω は正の値をとるものとする

$$z_1 = 1 - j, \quad z_2 = 3j, \quad z_3 = z_1 \cdot z_2, \quad z_4 = \frac{z_2}{z_1}$$

$$G_1(s) = \frac{K_1}{Ts+1}, z_5 = G_1(j\omega) \quad G_2(s) = K_2(Ts+1), z_6 = G_2(j\omega)$$

$$G_3(s) = \frac{G_1(s)}{G_2(s)}, z_7 = G_3(j\omega) \quad G_4(s) = G_1(s) \cdot G_2(s), z_8 = G_4(j\omega)$$

175. 次の2点 A, B を通る直線のパラメータ表示と方程式を求めよ.

- 1) A(2; 1; 5), B(-1; 3; 4)
- 2) A(1; 1; 3), B(2; 1; -1)
- 3) A(1; 1; 5), B(1; 7; 5)

176. 次の3点 A, B, C を通る平面のパラメータ表示を求めよ.

- 1) A(3; 1; 1), B(2; 0; -1), C(4; 1; 2)
- 2) A(1; -1; 3), B(2; -1; 4), C(3; -1; -1)
- 3) A(3; 4; 5), B(-1; 4; 2), C(2; 0; 3)

177. 次の各方程式で与えられた平面のパラメータ表示を求めよ.

- 1) $x + 2y - z = 3$
- 2) $3x - z = 1$
- 3) $x = 2$
- 4) $x - y - 3z = 0$

178. 次の各3点 A;B;C を通る平面の方程式を求めよ.

- 1) A(2; 1; -2), B(1; 3; -9), C(4; 2; 2)
- 2) A(2; 3; 4), B(0; 9; 12), C(5; 4; 6)

FR 科数学問題集

3) A(2; 1; 5), B(-1; 2;-4), C(O;-1;-1)

179. 点A(3,2,1)と平面P : $2x + 4y + 3z = 6$ を定義する

- 1) 点Aを通る法線Nの方程式を求めよ
- 2) 法線Nと平面Pの交点の座標を求めよ
- 3) 点Aと平面Pの距離を求めよ
- 4) 点Q(1,4,-2)を通り、2つの1次独立なベクトル $a=[2,1,-1], b=[1,3,5]$ の張る平面の方程式を求めよ

180. 3点A(1,2,1)B(2,2,3)C(4,1,1)を定義する

- 1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ を求めよ
- 2) 1)の結果を用いて $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AB}$ を求めよ
- 3) 三点A,B,Cを通る平面の方程式を求めよ

181. 以下の行列の積を計算せよ. ただしaは定数とする.

- 1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^4$

182. 以下の行列の積を計算せよ

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

FR 科数学問題集

183. 行列の基本的事項について、以下の問いに答えよ

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ のとき、 $A \cdot B$ と $B \cdot A$ のうち、どちらか成り立つ方の値を示せ

2) 2次・3次の正方行列を作り、その行列式を示せ

3) 単位行列・上三角行列・下三角行列の例を示せ

4) 次の行列 A が正則かどうか判定し、正則な場合には逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

184. 以下に示す行列 A, B について次の問いに答えよ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & -4 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

1) $A+B$ を計算せよ

2) $A-B$ を計算せよ

3) $2A$ を計算せよ

4) $A+2X=2A+B$ となる行列 X を求めよ

5) $X+Y=A, X-Y=B$ となる行列 X, Y を求めよ

185. 2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を公式、余因子行列、掃き出し法の3つの方法を用いて導出せよ.

186. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ.

1) A の固有値をすべて求めよ.

2) A の各固有値に関する固有ベクトルをそれぞれ1つずつ求めよ.

3) A を対角化せよ.

4) $A^n (n = 1, 2, \dots)$ を計算せよ.

187. 以下に示す行列 A_n について、次の問いに答えよ

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 2^n \end{pmatrix}, n = 1, 2, 3, \dots \text{ とするとき}$$

$A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$ を計算せよ

FR 科数学問題集

188. n 次正方行列 A について次の問いに答えよ

- 1) $X = \frac{1}{2}(A + {}^tA)$ は対称行列であることを示せ。
- 2) $X = \frac{1}{2}(A - {}^tA)$ は交代行列であることを示せ。

189. 行列 A, B を以下のように定義した時, 行列 A, B を対称行列と交代行列の和で示せ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

190. 以下に示す行列 A について次の問いに答えよ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- 1) $A^2 + A + E = O$ を示せ
- 2) $A^3 = E$ を示せ
- 3) A^{100} を求めよ
- 4) A^{-1} を求めよ
- 5) 次の行列について A^n を求めよ

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

191. 以下に示す連立方程式に関して次の問いに答えよ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

- 1) 拡大係数行列を示せ
- 2) 連立方程式を行列を使って解け

192. 以下の行列について次の問いに答えよ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & a \end{pmatrix}$$

- 1) 行列 A のランクを求めよ
- 2) 行列 B のランクを a の値で場合分けして求めよ

193. 以下の n 次の正方行列 A, B に関する問いに答えよ

- 1) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ の必要条件は $AB = BA$ であることを示せ

FR 科数学問題集

2) $AB=BA$ のとき, 次の等式を証明せよ

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

3) $AB=BA$ のとき, 次の等式を証明せよ

$$(A + B)^m = A^m + {}_m C_1 A^{m-1} B + {}_m C_2 A^{m-2} B^2 + \cdots + B^m \text{ (数学的帰納法を用いよ)}$$

194. 以下に示す連立方程式を, 行列の変換を使って解け

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases} \text{ ただし } a \neq 1, -2$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

195. 列変形を用いて以下の行列の逆行列が存在するかを確かめ, 存在する場合は示せ

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

196. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を余因子行列 \tilde{A} を用いて求めよ.

FR 科数学問題集

197. 次の行列の Rank (階数) を求めよ

$$1) \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & -1 \\ a & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & a & -1 \\ a+1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 & -7 \\ 3 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & 9 & 19 & 11 \\ 2 & 7 & a^2 & a+1 \end{pmatrix}$$

198. 次の各行列式の値を求めよ

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \\ 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{vmatrix} 1 & 2a & 3 \\ -2 & 4 & 9 \\ 4 & 8a & 6 \end{vmatrix}$$

$$3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

199. 以下の行列式を因数分解せよ

$$1) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{vmatrix} 1 & a+b & ab \\ 1 & b+c & bc \\ 1 & c+a & ca \end{vmatrix}$$

$$3) \begin{vmatrix} (b+c)^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & (c+a)^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

FR 科数学問題集

MEMO